

Title	一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, V
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 67 p.22-p.24
Issue Date	1935-11-22
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74199
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

277. \hookrightarrow 階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, V.

福原満洲雄 (北大)

§ 1. 前回ト同様ニ

$$(A) \quad x \frac{dy}{dx} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$$

ニ於テ P, Q ハ共通ノ因子ヲ含マナイ整多項式デソレヲ x, y ノ昇冪ノ順ニ整頓シテ書イタモノヲ

$$P(x, y) = a_0(x) + a_1(x)y + \cdots + a_p(x)y^p$$

$$Q(x, y) = b_0(x) + b_1(x)y + \cdots + b_q(x)y^q$$

$$a_j(x) = a_j x^{m_j} + \cdots$$

$$b_k(x) = b_k x^{n_k} + \cdots$$

トスル。今度ハ μ が P -order デアルガ Q -order デモ, R -order デモナイ場合ヲ考ヘル。従ツテ

$$m_j - j\mu \quad (j = 0, 1, \cdots, p)$$

ノ中ニ最小ノモノガ二ツ又ハソレ以上アル、ソノ一ツヲ $m_\alpha - \alpha\mu$ デ表ハス。

$$n_k - (k+1)\mu \quad (k = 0, 1, \cdots, q)$$

ノ中ニハ最小ノモノガ唯一ツデ、ソレヲ $n_\beta - (\beta+1)\mu$ トシ

又時

$$(1) \quad n_\beta - (\beta+1)\mu < m_\alpha - \alpha\mu$$

である。故に若し $\mu=0$ ならば (A) の右辺は x を因子=含み、 $x=0$ は真性超越点とならう。依つて $\mu \neq 0$ の場合だけ考へる。

§2. $y = x^{-\mu} z$ と置けば z が満足する方程式は

$$(B) \quad x \frac{dz}{dx} = x^\mu \frac{P(x, x^{-\mu} z)}{Q(x, x^{-\mu} z)} + \mu z$$

となり、 ε を充分 = 小き正の数とシタとき

$$x^\varepsilon \leq |z| \leq x^{-\varepsilon}$$

に於ける (B) の右辺の主部は μz である、故に (B) は

$$x \frac{dz}{dx} = \mu z$$

と比較し (A) に戻れば、 x が充分 = 小さいとき

$$(2) \quad x^{-\mu+\varepsilon} \leq |y| \leq x^{-\mu-\varepsilon}$$

なる範囲に於て

$$|y_0| \left(\frac{x}{x_0} \right)^\varepsilon \leq |y| \leq |y_0| \left(\frac{x}{x_0} \right)^{-\varepsilon}$$

を得る。故に初期条件 (x_0, y_0) が (2) を満足するならば $x \rightarrow +0$ のとき μ が正か負か = 依つて或所て $|y| = x^{-\mu+\varepsilon}$ となるか $|y| = x^{-\mu-\varepsilon}$ となる。

§3. 以上ノ結果カラ推シテ $-\mu-\varepsilon < \rho < -\mu+\varepsilon$ なる $\rho (\neq \mu)$ = 對シテハ $\mu > 0$ ならば A 型, $\mu < 0$ ならば A' 型デ

ナケレバナラナイ。此ノ事實ハ前回ノ結果ト完全ニ一致シテ
 キル。前回ノ記号 σ, μ, ρ ヲソノマニ保存シ、今回、 μ ヲ
 ρ_0 ト書ケコト=スレバ $\rho_0 > 0$ ナラバ、 ρ_0 ノ近傍ノ $\rho =$
 ρ_0 對シテハ A 型デナケレバナラナイ。又 $\rho_0 < 0$ ナラバ其ノ近傍
 ノ $\rho = \rho_0$ 對シテハ A' 型デナケレバナラナイ。實際ニ前回ノ表ニ
 於テ A 型ノ場合ハ $\rho > 0$ デ A' 型ノ場合ハ $\rho < 0$ デアル。(第
 五、第八ノ場合ハ明カデアルガ、第一、第三ノ場合モ $\sigma > 0$,
 $\mu \leq 0$, $\mu + \sigma \rho > 0$ カラ $\rho > 0$ ヲ得ル)。結局、粗雑ナ言
 ヒ方ヲスルナラバ、Q-order デモ R-order デモナイ
 P-order 存在ハ大勢ニ影響ガナイ。